

Musterlösung HA z. 03.09./04.09.

$$f(x) = \frac{x^3}{4} - 3x$$

1. Definitionsbereich/Wertebereich

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$W_f = \mathbb{R}$$

$\hookrightarrow$ höchster Exponent ungrade, vgl. ⑤

2. Nullstellen

$$f(x) = \frac{x^3}{4} - 3x = x \cdot \left(\frac{x^2}{4} - 3 \right)$$

$$\underline{x_0 = 0}$$

$$\begin{aligned} &\stackrel{=0}{\hookrightarrow} \frac{x^2}{4} - 3 = 0 \\ &\frac{x^2}{4} = 3 \end{aligned}$$

$$x^2 = 3 \cdot 4 = 12$$

$$x^2 = 3 \cdot 4 = 12$$

$$\underline{x_{2,3} = \pm \sqrt{12}}$$

$$\underline{\underline{L_{\text{NS}} = \{-\sqrt{12}; 0; \sqrt{12}\}}}$$

3. Extrema

$$f(x) = \frac{x^3}{4} - 3x$$

$$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{3}{4}x^2 = 3$$

$$x^2 = 4$$

$$\underline{x_{E_{1,2}} = \pm \sqrt{4}}$$

$$f''(x) = \frac{6}{4}x$$

$$= \frac{3}{2}x$$

$$\Rightarrow f''(\sqrt{4}) = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{4} > 0 \quad \curvearrowright \text{ T}$$

$$f''(-\sqrt{4}) = -\frac{3}{2} \cdot \sqrt{4} < 0 \quad \curvearrowright \text{ H}$$

$$\underline{\underline{H(-\sqrt{4} | -4)}}$$

$$\underline{\underline{T(\sqrt{4} | 4)}}$$

4. Wendepunkte

$$f'(x) = \frac{3}{2}x \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \underline{x_w = 0}$$

$$f'''(x) = \frac{3}{2} \neq 0 \checkmark$$

$$\underline{\underline{W(0|0)}}$$

5. Verhalten im ∞

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{4} - 3x \right) = -\infty, \text{ da } x^3 \text{ höchste Potenz} \\ \text{und } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{4} - 3x \right) = \infty, \text{ Argumentation analog}$$

6. Monotonie

$$]-\infty; -2[\rightarrow \text{mon. steigend}$$

$$]-2; 2[\rightarrow \text{mon. fallend}$$

$$]2; \infty[\rightarrow \text{mon. steigend}$$

7. Symmetrie

$$f(-x) = -f(x)$$

$$\frac{(-x)^3}{4} - 3(-x) = -\left(\frac{x^3}{4} - 3x\right)$$

$$-\frac{x^3}{4} + 3x = -\frac{x^3}{4} + 3x \quad \text{w.A.}$$

2. Bst. ist ungrade fkt. punktsymmetrisch
im Koordinatenursprung

8. Skizze

$NSD \approx \pm 3,5 \text{ u.o.}$
 $\#(-2/4) \quad T(2/-4)$
~

